研究集会
「Functional Equations and Transcendence」*

世話人：西岡 斉治 (山形大学)
立谷 洋平 (弘前大学)

記

日時：2018 年 12 月 2 日 (日) ∼ 12 月 3 日 (月)

場所：ゆうキャンパス・ステーション
山形市香澄町 1-3-15 山形むらきさわビル 1 階 (JR 山形駅から東方へ約 150m)
`http://consortium-yamagata.jp/?page_id=20#access`

アブストラクト (敬称略)

12 月 2 日 (日)

10:30∼11:20 **西岡 斉治** (山形大学)

“差分代数のマーラー関数への応用”

マーラー関数の関数値の超越性や代数的独立性を示すには, マーラー関数の関数としての超越性や代数的独立性が必要である. マーラー関数 $f(x)$ は $f(x), f(x^d), f(x^{d^2}), \ldots$ の代数関係式をもつが, これは差分代数から見れば変換 $\tau : f(x) \mapsto f(x^d)$ に関する代数的差分方程式である. 本講演では差分代数による結果を西岡久美子との共同研究を中心に紹介したい.

11:30∼12:20 **増岡 彰** (筑波大学)

“デサントから見た微・差分ガロア理論”

微・差分ガロア理論とは, 大雑把に, 微分または差分作用を伴う環を, その自己同型群（スキーム）を以て測る理論と言えます. この群がホップ代数で表現されることに基づき, 当該理論へのホップ代数アプローチが考案されました (竹内光弘 1989, 天野勝利–講演者 2005). それは微・差分つき環 R とそれ自身とのテンソル積 $R \otimes_K R$ の中からホップ代数を「掘り出す」方法であって, 環に「直接触れる」やり方だと言えます. それにより, 特定の実数の超越性判定等の応用が見易くなるものと理解しています. ホップ代数アプローチの見方をやや変え単純化すると, 一般線型群の座標環という極めて具体的な環の上に, 与えられた微・差分方程式に応じた微分または差分作用を入れて, その環を分析することになると思うに至りました. これは (ガロア) デサントの一種とも捉えられ, 実際あるデサントの問題を解く試みがこの考えの契機となりました. 微・差分ガロア理論の, この単純化した見方についてお話しさせていただこうと思います.

*本研究集会は, JSPS 科研費 18K03318, 18K03201 により一部助成を受けております.

14:00～14:50　**田沼 優佑** (慶應義塾大学)

“Hecke–Mahler 級数とその導関数の値の代数的独立性”

実数 ω の正整数 k 倍の整数部分 $[k\omega]$ の母関数 $h_\omega(z) := \sum_{k=1}^{\infty}[k\omega]z^k$ は Hecke–Mahler 級数と呼ばれ, その値の超越性, 代数的独立性に関しては種々の先行研究が存在する. 西岡久美子氏は ω が 2 次無理数の場合に, 固定された代数的数における Hecke–Mahler 級数とその導関数の値を併せた代数的独立性を証明した. 一方, Masser は 2 次無理数 ω に対し, 相異なる代数的数における Hecke–Mahler 級数の値の代数的独立性を証明した. 本講演では, これらの結果を包含するような代数的独立性に関する結果を紹介する.

15:00～15:50　**天羽 雅昭** (群馬大学)

“マーラー関数の特殊値の無理数度および 1 次独立度”

マーラー関数の代数的数での特殊値の代数的独立性については, 定性的研究および定量的研究の双方に於いて, 西岡久美子氏による優れた結果が良く知られている (LNM 1631 参照). これに対して, 本講演では, マーラー関数の有理数 (特に, 整数分の 1) での特殊値の無理数度および 1 次独立度に関する研究について紹介する. 本研究は, Galochkin 氏による論文 “On the linear independence of the values of functions satisfying Mahler’s functional equation”, Moscow Univ. Math. Bull. 52 (1997) を出発点としており, そこで展開されている定性的な方法を定量化することが, その主要な内容となっている. そのために, E–関数論における Siegel–Shidlovskii の方法のマーラー関数版を使う. 応用例として, 特に, Baum–Sweet 数列を一般化した数列を取り上げ, それについての結果を述べる. なお, 本研究は岩木純哉氏との共同研究である.

16:00～16:50　**鈴木 雄太** (名古屋大学)

“素数に関連した Lambert 級数の無理性について”

自然対数の底や疎なべき級数の無理性はよく知られているが, Erdős はこれら級数に約数関数や素数列といったような数論的対象を導入しても無理性を示すことができるかという問題を調べ, 多くの問題を提出した. その中でも, Erdős は約数関数を係数に持つようなべき級数, つまりは Lambert 級数の無理性を示すために非常に初等的だが有効な手法を開発した. この Erdős の手法は近年, Duverney, Luca–立谷らによって再注目されさらなる発展を見せている. 関連して Erdős は素数に渡る Lambert 級数の無理性を問い部分結果を示したが, 近年の Erdős の手法の応用ではこの素数に関連した場合があまり顧みられていなかったようである. 本講演では, この素数に関連した場合の Erdős の手法の拡張および, Fibonacci 数や Lucas 数の逆数の素数に関連した添字に渡る和の無理性への応用を紹介する. 本研究は Daniel Duverney 氏, 立谷洋平氏との共同研究である.

12 月 3 日 (月)

9:30∼10:20　**小川原 弘士** (熊本大学)

“代数的差分方程式系の解の代数的独立性”

Ostrowski は与えられた関数の原始関数が代数的独立となるための条件を導いた. Ostrowski の結果を受けて, Kolchin は与えられた関数の原始関数の指数関数が代数的独立となるための条件を与えた. Hardouin は差分 Galois 理論を利用して Ostrowski と Kolchin の結果の差分類似, すなわち 1 階線形差分方程式を満たす関数の代数的独立性の条件を与えた. 差分 Galois 理論の代わりに微分加群 (module of differentials) の性質を用いることで, Hardouin の結果を再帰的関係を表す代数的差分方程式系へ一般化することが可能である. 本講演では, その一般化および応用例を紹介する.

10:30∼11:20　**西岡 啓二** (慶應義塾大学名誉教授)

“単純拡大”

拡大体でもっとも単純なものはただ 1 つの元を添加して得られる拡大体である. それは単純拡大とよばれる. 講演では標数 0 の可換体の場合を考える. K を体とする. すると K の有限拡大は単純拡大である. また K 上有理関数体の中間体は単純である. これは Lüroth の定理としてよく知られている.

K を常微分体とする. K の有限超越次数をもつ有限生成微分拡大は単純微分体である. また K 上微分不定元 y によって生成される微分有理関数体 $K\langle y\rangle$ の中間微分体は単純微分拡大体である. これは Ritt の定理とよばれ, Lüroth の定理の類似である. 現在 Ritt の証明とその簡易化が知られている. Kolchin の「証明」があるが間違っている. 方針はわかりよいので修正できればと思う.

K を inversive 差分体とする. K の有限超越次数をもつ有限生成 inversive 微分拡大体は単純 inversive 差分拡大体である. この場合 inversive を外すことはできない. 差分体では Lüroth の定理はない. Cohn による反例を紹介するつもりである.

線形常微分方程式系を単独方程式に変換する方法も同様な対象と考えることができる. その差分版が存在する. これについても時間があれば説明する.